

PENERAPAN PERSAMAAN DAN FUNGSI KUADRAT

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas : X (Sepuluh)

Nomor Modul : Mat.X.04

Penulis : Drs. Suyanto

Penyunting Materi : Dra. Wardani Rahayu, M.Si.

Penyunting Media : Dra. Mariana S. Pratikto

DAFTAR ISI

PENDAHULUAN

Kegiatan Belajar 1: MODEL MATEMATIKA YANG BERKAITAN DENGAN PERSAMAAN DAN FUNGSI KUADRAT	5
Petunjuk	5
Uraian Materi	5
1. Model Matematika yang Berkaitan dengan Persamaan Kuadrat	5
2. Model Matematika yang Berkaitan dengan Fungsi Kuadrat	10
TUGAS 1.....	20
 Kegiatan Belajar 2: PENYELESAIAN PERMASALAHAN UANG BERKAITAN DENGAN PERSAMAAN DAN FUNGSI KUADRAT	23
Petunjuk	23
Uraian Materi	23
1. Penyelesaian dari Model Matematika dan Tafsiran Terhadap Solusi Masalah yang Berkaitan dengan Persamaan Kuadrat	23
2. Penyelesaian dari Model Matematika dan Tafsiran Solusi Masalah yang Berkaitan dengan Fungsi Kuadrat.	31
TUGAS 2.....	40
 PENUTUP	43
 KUNCI TUGAS	45
 DAFTAR PUSTAKA	51

PENDAHULUAN

Hallo, apa kabar? Baik-baik saja bukan? Semoga Anda dalam keadaan sehat-sehat selalu. Kami berharap Anda sudah siap untuk mempelajari modul ini. Kali ini Anda akan mempelajari modul yang berjudul “PENERAPAN PERSAMAAN DAN FUNGSI KUADRAT”.

Untuk mempelajari modul ini Anda harus mengingat kembali beberapa materi penunjang yang pernah Anda pelajari pada modul sebelumnya, antara lain: pengertian persamaan kuadrat dan fungsi kuadrat, penyelesaian persamaan kuadrat, dan nilai maksimum/minimum fungsi kuadrat serta pembuat nilai maksimum/minimum fungsi kuadrat. Hal ini akan sangat membantu Anda dalam mempelajari modul ini dengan hasil yang baik.

Cakupan materi modul ini meliputi pengertian, pemahaman, dan keterampilan, oleh karena itu, selain dijelaskan tentang pengertian, juga diberikan beberapa contoh soal, soal latihan uji kompetensi, dan tugas mandiri. Keseriusan Anda dalam mempelajari modul ini menjadi kunci keberhasilan Anda. Pemahaman Anda terhadap materi modul ini akan bermanfaat untuk mempelajari matematika di tingkat yang lebih tinggi maupun mata pelajaran lain, misalnya fisika, teknik, dan ekonomi.

Tujuan mempelajari modul ini adalah melakukan manipulasi aljabar, menentukan besaran masalah, merancang/merumuskan model matematika dan menyelesaikan model matematika tersebut serta menafsirkan solusi masalahnya yang berkaitan dengan persamaan kuadrat dan fungsi kuadrat.

Agar mudah dipelajari, modul ini dibagi menjadi dua kegiatan belajar, yaitu:

Kegiatan 1: Model matematika yang berkaitan dengan persamaan dan Fungsi kuadrat.

Materi yang akan dibahas di sini adalah tentang model matematika yang berkaitan dengan fungsi kuadrat.

Kegiatan 2: Penyelesaian Permasalahan yang berkaitan dengan persamaan dan fungsi kuadrat.

Materi yang akan dibahas disini adalah penyelesaian dari model matematika dan tafsiran terhadap solusi masalah yang berkaitan dengan persamaan kuadrat dan fungsi kuadrat.

Pelajari modul ini setahap demi setahap sampai Anda benar-benar paham. Demikian juga dengan soal-soal latihan uji kompetensi dan tugas mandiri yang tersedia, Anda harus mengerjakannya dan usahakan hasilnya benar. Jika mengalami kesulitan, diskusikanlah dengan teman sejawat atau tanyakan langsung kepada Guru Bina pada saat tatap muka.

Anda memerlukan waktu minimal 18 jam untuk mempelajari modul ini termasuk menyelesaikan soal-soal tugas mandiri yang ada di dalam modul. Untuk menghitung skor yang Anda peroleh gunakan rumus sebagai berikut:

$$\text{Skor terakhir} = \frac{\text{Jumlah skor benar}}{\text{Jumlah skor total}} \times 100\%$$

Apabila Anda memperoleh skor $\geq 65\%$, bagus! Berarti Anda telah menguasai materi modul ini dan dapat melanjutkan mempelajari materi berikutnya. Tetapi apabila skor Anda $<65\%$, Anda harus pelajari kembali materi modul ini sampai benar-benar paham.

Selamat belajar semoga berhasil. Yakinkan diri Anda bahwa Insya Allah akan berhasil dengan baik. Belajarlah dengan sungguh-sungguh dan semangat yang tinggi. Jangan lupa berdoa kepada Allah SWT agar diberi kemudahan belajar.

Penulis

MODEL MATEMATIKA YANG BERKAITAN DENGAN PERSAMAAN DAN FUNGSI KUADRAT

Untuk mendukung tercapainya kompetensi dasar dalam materi pokok ini, indikator pencapaian hasil belajarnya adalah Anda dapat:

1. - menjelaskan karakteristik masalah yang mempunyai model matematika persamaan kuadrat.
 - menentukan besaran masalah yang dirancang sebagai variabel persamaan kuadrat.
 - merumuskan persamaan kuadrat yang merupakan model matematika dari masalah.
2. - menjelaskan karakteristik masalah yang mempunyai model matematika fungsi kuadrat.
 - menentukan besaran masalah yang dirancang sebagai variabel fungsi kuadrat.
 - merumuskan fungsi kuadrat yang merupakan model matematika dari masalah.



1. Model Matematika yang Berkaitan dengan Persamaan Kuadrat

Pada perhitungan matematika maupun kehidupan sehari-hari, tentu sering Anda jumpai suatu permasalahan yang berkaitan dengan persamaan kuadrat. Permasalahan-permasalahan yang berkaitan dengan persamaan kuadrat itu mempunyai karakteristik atau ciri tertentu. Agar Anda memahami dan terampil merancang(menyusun) model matematika yang berkaitan dengan persamaan kuadrat, perhatikan beberapa contoh di bawah ini.

Contoh 1:

Kuadrat suatu bilangan dikurangi empat kali bilangan itu sama dengan -3. Tentukan model matematika dari permasalahan tersebut!

Jawab:

Langkah 1:

Misalkan bilangan itu = x

Di sini x dinamakan besaran masalah yang dirancang sebagai variabel persamaan kuadrat.

Langkah 2:

Berdasarkan ketentuan, pada soal diperoleh hubungan $x^2 - 4x = -3$ bentuk $x^2 - 4x = -3$ merupakan persamaan kuadrat sebagai model matematika dari permasalahan di atas.

Jadi model matematika dari permasalahan diatas adalah $x^2 - 4x = -3$.

Bagaimana mudah bukan? Baiklah, untuk lebih jelasnya coba Anda pelajari contoh 2 dibawah ini.

Contoh 2:

Kuadrat suatu bilangan ditambah lima kali bilangan itu dikurangi enam sama dengan nol.

Tentukan model matematika dari permasalahan tersebut!

Jawab:

Langkah 1:

Misalkan bilangan itu = p. disini p dinamakan besaran masalah yang dirancang sebagai variabel persamaan kuadrat.

Langkah 2:

Berdasarkan ketentuan pada soal diperoleh hubungan $p^2 + 5p - 6 = 0$. bentuk $p^2 + 5p - 6 = 0$ merupakan persamaan kuadrat sebagai model matematika dari permasalahan di atas.

Jadi model matematika dari permasalahan di atas adalah $p^2 + 5p - 6 = 0$.

Catatan:

Untuk menentukan besaran masalah sebagai variabel persamaan kuadrat, Anda dapat menggunakan variabel selain x dan p. sebagai contoh : a, m, y, dsb.

Pada umumnya yang digunakan adalah variabel x.

Bagaimana? Apakah dapat Anda pahami? Baiklah, agar lebih paham, perhatikan contoh 3 di bawah ini.

Contoh 3:

Jumlah dua buah bilangan sama dengan 20. Jika hasil kali kedua bilangan itu sama dengan 75.

Tentukan model matematika dari permasalahan tersebut!

Jawab:

Langkah 1:

Misalkan bilangan-bilangan itu adalah x dan y, berarti $x + y = 20$

Disini x dan y dinamakan besaran masalah.

Selanjutnya akan Anda rancang x sebagai variabel persamaan kuadrat, maka variabel y Anda ubah menjadi $y = 20 - x$.

Langkah 2:

Berdasarkan ketentuan pada soal bahwa:

Hasil kali kedua bilangan itu sama dengan 75, maka:

$$x - y = 75$$

Karena $y = 20 - x$, maka $x(20 - x) = 75$.

$$\Leftrightarrow 20x - x^2 = 75$$

Jika dinyatakan dalam bentuk umum persamaan kuadrat maka

$$-x^2 + 20x - 75 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 20x + 75 = 0$$

Jadi model matematika dari permasalahan di atas adalah

$$x^2 - 20x + 75 = 0$$

Bagaimana, sudah pahamkah Anda? Untuk menambah pemahaman Anda perhatikan contoh 4 di bawah ini.

Contoh 4:

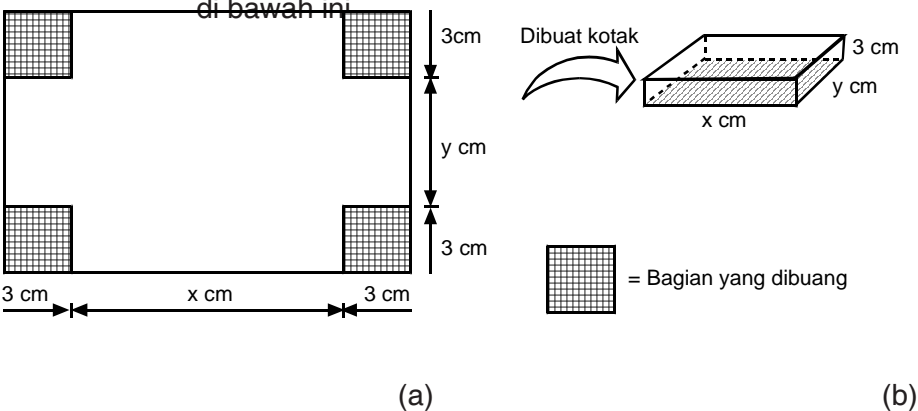
Selembar karton berbentuk persegi panjang akan dibuat kotak tanpa tutup dengan cara membuang persegi seluas $3 \times 3 \text{ cm}^2$ di masing-masing pojoknya. Panjang kotak 2 cm lebih dari lebarnya dan volum kotak itu adalah 105 cm^3 .

Tentukan model matematika dari permasalahan tersebut!

Jawab:

Langkah 1:

Anda buat sketsa dari kertas karton tersebut seperti diperlihatkan Gambar 1-1 di bawah ini



Gambar. 1-1

Misalkan: panjang kotak = $x \text{ cm}$ dan lebar kotak = $y \text{ cm}$.

Dengan memperhatikan Gambar 1.1 maka Anda dapatkan tinggi kotak = 3 cm .

Karena panjang kotak 2 cm lebih dari lebarnya, berarti:

$$x = y + 2$$

Selanjutnya Anda rancang x sebagai variabel persamaan kuadrat, maka variabel y diubah menjadi $y = x - 2$.

Langkah 2:

Karena volum kotak diketahui 105 cm^3 , maka diperoleh:

$$\begin{aligned} \text{Volum kotak} &= \text{panjang} \times \text{lebar} \times \text{tinggi} \\ \Leftrightarrow 105 &= x \cdot (x - 2) \cdot 3 \\ \Leftrightarrow 105 &= 3x(x - 2) \\ \Leftrightarrow 105 &= 3x^2 - 6x \\ \Leftrightarrow 0 &= 3x^2 - 6x - 105 \\ \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 105 &= 0 \text{ (kedua ruas dibagi 3)} \\ \Leftrightarrow x^2 - 2x - 35 &= 0 \end{aligned}$$

Jadi model matematika dari permasalahan di atas adalah $x^2 - 2x - 35 = 0$.

Setelah memperhatikan contoh-contoh di atas apakah Anda paham? Untuk mengetahui sejauh mana pemahaman Anda terhadap materi di atas, kerjakan soal-soal latihan uji kompetensi di bawah ini.

1. Kuadrat suatu bilangan dikurangi tujuh kali bilangan itu sama dengan 8.
2. Kuadrat suatu bilangan dua ditambah kali bilangan itu, dikurangi tiga sama dengan nol.
3. Tiga kali kuadrat suatu bilangan dikurangi satu sama dengan 11.
4. Jumlah dua bilangan sama dengan 40. jika hasil kali kedua bilangan itu sama dengan 300, maka tentukan model matematika dari permasalahan tersebut!
5. Selambar kertas karton berbentuk persegi akan dibuat kotak tanpa tutup dengan cara membuang bujur sangkar seluas $2 \times 2 \text{ cm}^2$ di masing-masing pojoknya. Panjang kotak 4 cm lebih besar dari lebarnya dan volume kotak itu 90 cm^3 . Tentukan model matematika dari permasalahan tersebut!

Sebelum Anda selesai mengerjakan soal-soal di atas jangan melihat jawabannya terlebih dulu. Apabila sudah selesai mengerjakannya, samakanlah pekerjaan Anda dengan jawaban di bawah ini.

1. Misalkan bilangan itu = x
Berdasarkan ketentuan pada soal diperoleh hubungan $x^2 - 7x = 8$
 $\Leftrightarrow x^2 - 7x - 8 = 0$.
Jadi model matematika dari permasalahan di atas adalah $x^2 - 7x - 8 = 0$.
2. Misalkan bilangan itu = p
Berdasarkan ketentuan pada soal diperoleh hubungan $p^2 + 2p - 3 = 0$
Jadi model matematika dari permasalahan di atas adalah $p^2 + 2p - 3 = 0$.
3. Misalkan bilangan itu = y
Berdasarkan ketentuan pada soal diperoleh hubungan $3y^2 - 1 = 11$.
 $\Leftrightarrow 3y^2 - 1 - 11 = 0$.
 $\Leftrightarrow 3y^2 - 12 = 0$.
Jadi model matematika dari permasalahan di atas adalah $3y^2 - 12 = 0$.

4. Misalkan bilangan-bilangan itu adalah x dan y berarti $x + y = 40$. Hasil kali kedua bilangan itu sama dengan 300, maka

$$x \cdot y = 300$$

Karena $x + y = 40$, kita ubah menjadi $y = 40 - x$.

Substitusikan $y = 40 - x$ ke persamaan $x \cdot y = 300$

$$\Leftrightarrow x(40 - x) = 300$$

$$\Leftrightarrow 40x - x^2 = 300$$

$$\Leftrightarrow 40x - x^2 - 300 = 0$$

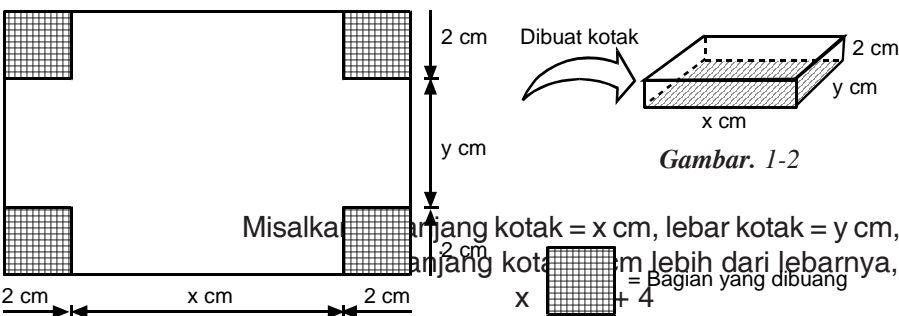
$$\Leftrightarrow -x^2 + 40x - 300 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 40x + 300 = 0.$$

Jadi model matematika dari permasalahan di atas adalah:

$$x^2 - 40x + 300 = 0.$$

5. Misalkan Anda membuat sketsa dari kertas karton seperti diperlihatkan Gambar 1-2 di bawah ini.



Gambar. 1-2

Misalkan panjang kotak = x cm, lebar kotak = y cm, serta tinggi kotak = 2 cm.

Sehingga panjang kotak = 4 cm lebih dari lebarnya, maka

$$\Leftrightarrow x - 4 = y$$

$$\Leftrightarrow y = x - 4$$

Karena : volum kotak = panjang . lebar . tinggi

$$\Leftrightarrow 90 = x \cdot y \cdot 2$$

$$\Leftrightarrow 90 = x \cdot (x - 4) \cdot 2$$

$$\Leftrightarrow 90 = 2x(x - 4)$$

$$\Leftrightarrow 90 = 2x^2 - 8x$$

$$\Leftrightarrow 0 = 2x^2 - 8x - 90$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 8x - 90 = 0 \text{ (kedua ruas dibagi 2)}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 45 = 0$$

Jadi model matematika dari permasalahan di atas adalah $x^2 - 4x - 45 = 0$

Bagaimana mudah bukan? Apakah pekerjaan Anda sama seperti jawaban di atas? Jika ya, bagus! Berarti Anda benar. Apabila pekerjaan Anda belum sama seperti jawaban di atas, segeralah samakan dengan jawaban tersebut. Anda mengalami kesulitan? Cobalah diskusikan dengan teman-teman Anda atau tanyakan langsung kepada guru bina pada saat tatap muka. Bagi Anda yang menjawab benar, lanjutkanlah mempelajari materi berikut.

2. Model Matematika yang Berkaitan dengan Fungsi Kuadrat

Anda baru saja mempelajari materi tentang menyusun model matematika dari suatu permasalahan yang berkaitan dengan persamaan kuadrat. Kali ini Anda akan mempelajari materi tentang menyusun model matematika dari suatu permasalahan yang berkaitan dengan fungsi kuadrat. Untuk lebih jelasnya, perhatikan penjelasan berikut ini.

Dalam kehidupan sehari-hari tentunya Anda sering menjumpai suatu permasalahan yang berkaitan dengan fungsi kuadrat. Oleh karena itu nilai ekstrim (maksimum atau minimum) berperan penting dalam memecahkan masalah yang berkaitan dengan fungsi kuadrat.

Nilai maksimum atau minimum diungkapkan dengan menggunakan kata-kata yang berbeda, misalnya:

- a) terbesar, terjauh, tertinggi, terpanjang, terluas, atau yang sama artinya dengan kata-kata itu, dapat dikaitkan dengan konsep nilai maksimum fungsi kuadrat.
- b) terkecil, terdekat, terendah, terpendek, tersempit, atau yang sama artinya dengan kata-kata itu, dapat dikaitkan dengan konsep nilai minimum fungsi kuadrat.

Apabila dalam suatu masalah terdapat kata-kata seperti di atas, maka hal ini merupakan petunjuk bahwa masalah tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan model matematika yang berbentuk fungsi kuadrat. Setelah diketahui bahwa karakteristik masalahnya berkaitan dengan model matematika yang berbentuk fungsi kuadrat, langkah-langkah pemecahan masalahnya selanjutnya adalah sebagai berikut:

- 1) Nyatakan besaran yang ada dalam masalah sebagai variabel (dilambangkan dengan huruf-huruf) untuk mendapatkan hubungan atau ekspresi matematikanya.
- 2) Rumuskan fungsi kuadrat yang merupakan model matematika dari masalah.
- 3) Tentukan penyelesaian dari model matematika fungsi kuadrat yang diperoleh pada langkah 2.
- 4) Tafsirkan hasil-hasil yang diperoleh pada langkah 3 terhadap masalah semula.

Pada materi ini Anda akan mempelajari sampai dengan langkah 2, selanjutnya langkah 3 dan langkah 4 akan Anda pelajari pada kegiatan 3 bagian 2. Agar Anda lebih memahami dan terampil menyusun model matematika dari suatu masalah yang berkaitan dengan fungsi kuadrat, perhatikan beberapa contoh di bawah ini.

Contoh 1:

Jumlah dua buah bilangan adalah 10.

Jika hasil kali kedua bilangan itu maksimum, tentukan model matematika dari permasalahan tersebut!

Jawab:

Langkah 1:

Misalkan dua buah bilangan itu masing-masing adalah x dan y , maka $x+y = 10$.

Langkah 2:

-) Hasil kali kedua bilangan itu = $x.y$
-) Anda rancang x sebagai variabel bebas permasalahan tersebut, maka variabel y dapat Anda ubah menjadi $y = 10 - x$.
-) Selanjutnya, hasil kali kedua bilangan itu Anda nyatakan sebagai fungsi H , maka: $H = x . y$
-) Subtitusikan $y = 10 - x$ ke persamaan $H = x.y$, maka diperoleh:

$$\Leftrightarrow H = x(10 - x)$$

$$\Leftrightarrow H = 10x - x^2$$

H dapat Anda nyatakan sebagai fungsi kuadrat dalam x , dan ditulis menjadi $H(x) = 10x - x^2$.

Jadi model matematika dari permasalahan di atas adalah $H(x) = 10x - x^2$.

Bagaimana? Apakah Anda mengalami kesulitan? Jika ya, diskusikanlah dengan teman-teman atau tanyakan kepada guru bina pada saat tatap muka. Agar Anda lebih paham lagi, perhatikan contoh 2 di bawah ini.

Contoh 2:

Selisih dua buah bilangan adalah 8.

Jika hasil kali kedua bilangan itu minimum, maka tentukan model matematika dari permasalahan tersebut!

Jawab:

Langkah 1:

Misalkan dua buah bilangan itu masing-masing adalah x dan y , maka $x - y = 8$.

Langkah 2:

-) Hasil kali kedua bilangan itu = $x \cdot y$
-) Anda rancang y sebagai variabel bebas dari fungsi kuadrat yang merupakan model matematika permasalahan tersebut, maka variabel x diubah menjadi $x = y + 8$.
-) Selanjutnya, hasil kali kedua bilangan Anda nyatakan sebagai fungsi H , maka:
 $H = x \cdot y$
-) Substitusikan $x = y + 8$ ke persamaan $H = x \cdot y$, maka diperoleh:
$$\Leftrightarrow H = (y + 8) \cdot y$$
$$\Leftrightarrow H = y^2 + 8y$$

H dapat Anda nyatakan sebagai fungsi kuadrat dalam y , dan ditulis menjadi $H(y) = y^2 + 8y$.

Catatan:

Anda juga dapat menyatakan H sebagai fungsi kuadrat dalam x .

Jawabannya adalah $H(x) = x^2 - 8x$.

Setelah memperhatikan dua contoh di atas? Sudah pahamkah Anda?

Untuk menambah pemahaman Anda cermati contoh 3 di bawah ini.

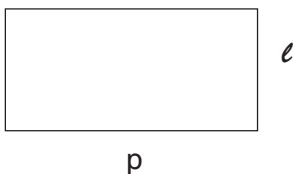
Contoh 3:

Suatu persegi panjang kelilingnya 40 cm.

Agar luas persegi panjang maksimum tentukan model matematika yang berkaitan dengan permasalahan tersebut dengan panjangnya sebagai variabel bebas.

Jawab:

Buat sketsa persegi panjang sebagai berikut:



Misalkan: panjang (p) = x cm

Lebar (l) = y cm

Keliling persegi panjang = $2(p + l)$

$$\Leftrightarrow 40 = 2(x + y) \text{ (kedua ruas dibagi 2)}$$

$$\Leftrightarrow 20 = x + y$$

$$\Leftrightarrow x + y = 20$$

Karena panjang (x) sebagai variabel bebas, maka persamaan

$x + y = 20$ diubah menjadi $y = 20 - x$.

Apabila luas panjang dinyatakan sebagai fungsi L,

$$\text{Maka: } L = p \cdot \ell$$

$$L = x \cdot y$$

Substitusikan $y = 20 - x$ ke persamaan $L = x \cdot y$, maka diperoleh:

$$L = x(20 - x)$$

$$L = 20x - x^2$$

L dapat Anda nyatakan sebagai fungsi kuadrat dalam x, dan ditulis menjadi

$$L(x) = 20x - x^2$$

Jadi model matematika dari permasalahan di atas adalah $L(x) = 20x - x^2$.

Bagaimana, tidak sulit bukan? Apakah dapat dipahami?

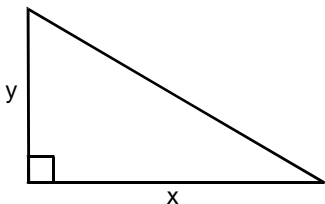
Agar Anda lebih paham dan terampil menguasai materi di atas, cermati contoh 4 di bawah ini.

Contoh 4:

Sebuah segitiga siku-siku jumlah kedua sisi siku-sikunya = 40 cm. Agar segitiga siku-siku itu mempunyai luas maksimum, maka nyatakan model matematika yang berkaitan dengan permasalahan tersebut dengan alasan sebagai variabel bebas.

Jawab:

-) Buat sketsa segitiga siku-siku seperti berikut:



x = alas
y = tinggi.

-) Berdasarkan ketentuan soal di atas, maka: $x + y = 40$
-) Karena alas (x) sebagai variabel bebas, maka persamaan $x + y = 40$ diubah menjadi $y = 40 - x$.
-) Luas segitiga siku-siku Anda nyatakan sebagai fungsi L,

maka: $L = \frac{1}{2} \cdot \text{alas} \cdot \text{tinggi}$

$$\Leftrightarrow L = \frac{1}{2} xy$$

- Substitusikan $y = 40 - x$ ke persamaan $L = \frac{1}{2}xy$, maka diperoleh:

$$L = \frac{1}{2}x(40-x)$$

$$\Leftrightarrow L = 20x - \frac{1}{2}x^2$$

L dapat dinyatakan sebagai fungsi kuadrat dalam x , dan ditulis menjadi :

$$L(x) = 20x - \frac{1}{2}x^2$$

Jadi model matematika dari permasalahan di atas adalah: $L(x) = 20x - \frac{1}{2}x^2$

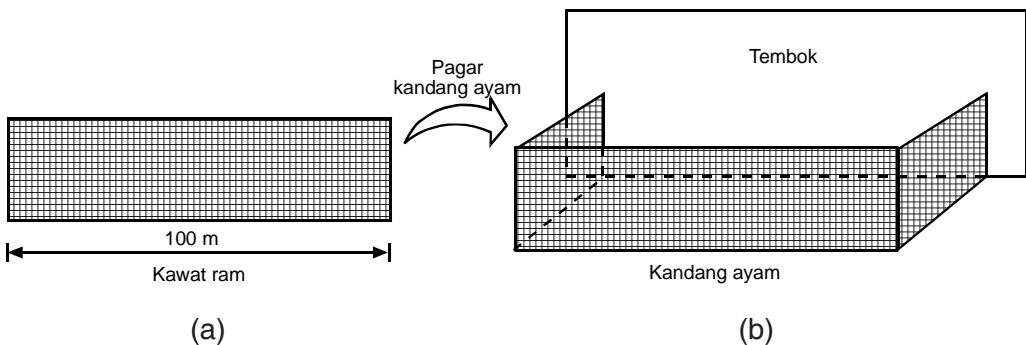
Anda telah mempelajari beberapa contoh merancang model matematika suatu permasalahan yang berkaitan dengan fungsi kuadrat. Apakah Anda sudah paham? Jika sudah, bagus! Atau mungkin Anda lelah? Jika lelah, istirahatlah sejenak sebelum melanjutkan ke contoh 5.

Nanti setelah Anda merasa segar, Anda dapat pelajari contoh 5.

Contoh 5:

Kawat ram yang panjangnya 100 m akan digunakan untuk memagari kandang ayam seperti Gambar 1-3 (b).

Kandang ayam tersebut berbentuk persegi panjang yang salah satu sisinya adalah tembok.

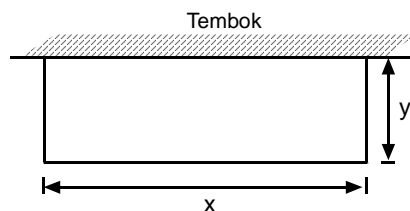


Gambar 1-3

Tentukan model matematika yang berkaitan dengan permasalahan tersebut agar diperoleh luas kandang ayam maksimum!

Jawab:

- Buat dahulu sketsa kandang ayam tersebut menjadi:



-) Dari sketsa di atas, keliling pagar kandang ayam = panjang kawat ram

$$\Leftrightarrow y + x + y = 100$$

$$\Leftrightarrow x + 2y = 100$$
-) Tentukan y sebagai variabel bebas dari fungsi kuadrat yang merupakan model matematika permasalahan tersebut, maka variabel x dapat diubah menjadi: $x = 100 - 2y$.
-) Selanjutnya luas kandang ayam Anda nyatakan sebagai fungsi L , maka : $L = xy$
-) Substitusikan $x = 100 - 2y$ ke persamaan $L = xy$, maka diperoleh:

$$L = (100 - 2y) \cdot y$$

$$\Leftrightarrow L = 100y - 2y^2$$

L dapat Anda nyatakan sebagai fungsi kuadrat dalam y , dan ditulis menjadi $L(y) = 100y - 2y^2$

Jadi model matematika dari permasalahan di atas adalah $L(y) = 100y - 2y^2$.

Anda juga dapat menyatakan L sebagai fungsi kuadrat dalam x . Jawabannya adalah $L(x) = 50x - x^2$

Sudah pahamkah Anda? Untuk mengetahui sejauh mana pemahaman Anda terhadap materi di atas, kerjakanlah soal-soal latihan uji kompetensi di bawah ini.



LATIHAN

1. Jumlah dua buah bilangan adalah 30.
Jika hasil kali kedua bilangan itu maksimum maka tentukan model matematika dari permasalahan tersebut!
2. Selisih dua buah bilangan adalah 10.
Jika hasil kali kedua bilangan itu minimum, maka tentukan model matematika dari permasalahan tersebut!
3. Seutas kawat panjangnya 60 cm.
Kawat itu akan dibentuk persegi panjang.
Agar diperoleh luas persegi panjang maksimum, maka nyatakan model matematika dari permasalahan tersebut dengan lebar sebagai variabel bebas.
4. Sebuah segitiga siku-siku jumlah kedua sisi siku-sikunya = 20 cm.
Agar segitiga siku-siku itu mempunyai luas maksimum, maka tentukan model matematika yang berkaitan dengan permasalahan tersebut dengan tinggi sebagai variabel bebas.

5. Sepotong besi beton panjangnya 12m. bagian ujung-ujungnya dibengkokkan sehingga berbentuk huruf U seperti Gambar 1-4 di bawah ini.

Gambar 1-4

Agar daerah yang diarsir (dibatasi huruf U) luasnya maksimum, maka tentukan model matematika yang berkaitan dengan permasalahan di atas!

Apabila Anda belum selesai mengerjakan soal-soal tadi, jangan membaca jawabannya terlebih dahulu. Bagaimana, Anda dapat mengerjakannya? Baiklah, apabila sudah selesai mengerjakannya, samakan hasil pekerjaan Anda dengan jawaban latihan di bawah.

JAWABAN LATIHAN

1. Misalkan kedua bilangan itu adalah x dan y ,

$$\text{berarti : } x + y = 30$$

$$\Leftrightarrow y = 30 - x$$

Hasil kali kedua bilangan itu Anda misalkan sebagai fungsi H ,

$$\text{maka : } H = x \cdot y$$

$$\Leftrightarrow H = x(30 - x)$$

$$\Leftrightarrow H = 30x - x^2$$

H dapat dinyatakan sebagai fungsi kuadrat dalam x , dan ditulis menjadi:

$$H(x) = 30x - x^2$$

Jadi model matematika dari permasalahan di atas adalah: $H(x) = 30x - x^2$

Anda juga dapat menyatakan H sebagai fungsi kuadrat dalam y , yaitu

$$H(y) = 30y - y^2.$$

2. Bilangan-bilangan itu Anda misalkan dengan x dan y ,
berarti : $x - y = 10$

$$\Leftrightarrow x = y + 10$$

hasil kali kedua bilangan itu Anda misalkan sebagai fungsi H ,
maka : $H = x \cdot y$

$$\Leftrightarrow H = (y + 10) \cdot y$$

$$\Leftrightarrow H = y^2 + 10y$$

H dapat dinyatakan sebagai fungsi kuadrat dalam y , dan ditulis menjadi:

$$H(y) = y^2 + 10y.$$

Jadi model matematika dari permasalahan di atas adalah: $H(y) = y^2 + 10y$.

Anda juga dapat menyatakan H sebagai fungsi kuadrat dalam x , yaitu

$$H(x) = x^2 - 10x.$$

3. Anda buat sketsa persegi panjang sebagai berikut:

Misalkan: panjang (p) = x cm

lebar (ℓ) = y cm

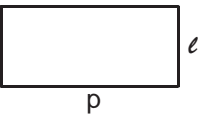
$$\text{Keliling} = 2(p + \ell)$$

$$\Leftrightarrow 60 = 2(y + x) \quad (\text{kedua ruas dibagi } 2)$$

$$\Leftrightarrow 30 = y + x$$

$$\Leftrightarrow x + y = 30$$

$$\Leftrightarrow y = 30 - x$$



Luas persegi panjang Anda misalkan sebagai fungsi L ,

maka: $L = p \cdot \ell$

$$\Leftrightarrow L = y \cdot x$$

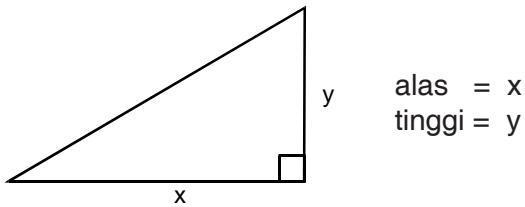
$$\Leftrightarrow L = (30 - x) \cdot x$$

$$\Leftrightarrow L = 30x - x^2$$

L dapat dinyatakan sebagai fungsi kuadrat dalam x , dan ditulis menjadi:

$$L(x) = 30x - x^2$$

4. Buatlah sketsa segitiga siku-siku sebagai berikut:



Berdasarkan ketentuan soal, maka: $x + y = 20$

$$\Leftrightarrow x = 20 - y$$

Misalkan luas segitiga Anda nyatakan sebagai fungsi L,

Maka: $L = \text{ . alas . tinggi}$

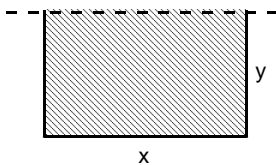
$$\Leftrightarrow L = xy$$

$$\Leftrightarrow L = (20 - y)y$$

$$\Leftrightarrow L = 10y - y^2$$

Dalam bentuk fungsi kuadrat L ditulis menjadi $L(y) = 10y - \frac{1}{2}y^2$

5. Perhatikan sketsa bentuk besi beton setelah ujung-ujungnya dibengkokkan di bawah ini.



•) Berdasarkan gambar di atas, panjang besi beton = $y + x + y$

$$\Leftrightarrow 12 = x + 2y$$

$$\Leftrightarrow x + 2y = 12$$

$$\Leftrightarrow x = 12 - 2y$$

•) Luas daerah yang diarsir Anda nyatakan sebagai fungsi L,

maka $L = x \cdot y$

$$\Leftrightarrow L = (12 - 2y)y$$

$$\Leftrightarrow L = 12y - 2y^2$$

Jadi model matematika dari permasalahan di atas dapat dinyatakan sebagai fungsi: $L(y) = 12y - 2y^2$.

Atau Anda juga dapat menyatakan L sebagai fungsi kuadrat dalam y,

yaitu: $L(y) = 6x - x^2$.

Tidak sulit bukan? Pekerjaan Anda sama seperti jawaban diatas? Jika ya, bagus! Berarti Anda benar. Apabila pekerjaan Anda belum sama dengan jawaban di atas, segeralah samakan. Jika mengalami kesulitan, diskusikanlah dengan teman-teman Anda atau tanyakan kepada guru bina pada saat tatap muka. Bangkitkan semangat kalian belajar Anda, agar berhasil mempelajari materi kegiatan ini. Apabila Anda sudah yakin benar terhadap materi di atas, kerjakanlah soal-soal tugas mandiri 1. Jujurlah Anda dalam mengerjakan tugas mandiri 1. Jangan melihat jawaban terlebih dulu apabila Anda belum selesai mengerjakannya!



TUGAS 1

Kerjakan soal-soal di bawah ini dengan singkat, jelas, dan benar!

1. Kuadrat suatu bilangan dikurangi delapan kali bilangan itu sama dengan 9, tentukan model matematika dari permasalahan tersebut! (misalkan bilangan itu = x)
2. Kuadrat suatu bilangan ditambah sepuluh sama dengan tujuh kali bilangan itu, tentukan model matematika dari permasalahan tersebut! (misalkan bilangan itu = y).
3. Selembar seng berbentuk persegi panjang akan dibuat kotak roti tanpa tutup dengan cara membuang persegi seluas $4 \times 4 \text{ dm}^2$ di setiap pojoknya. Panjang kotak 1 dm lebih dari lebarnya dan volum kotak roti adalah 120 dm^3 . Misalkan: panjang kotak = x dan lebar kotak = y , tentukan model matematika dari permasalahan tersebut dalam variabel dengan panjang kotak sebagai variabel bebas.
4. Jumlah dua buah bilangan adalah 16.
Jika hasil kali kedua bilangan itu maksimum, maka tentukan model matematika dari permasalahan tersebut dalam variabel x ! (misalkan bilangan-bilangan itu adalah x dan y).
5. Seorang siswa akan memotong selembar kertas.
Kertas hasil potongannya berbentuk persegi panjang dengan keliling 60 cm. Apabila siswa tersebut berharap mendapatkan kertas hasil potongan mempunyai luas maksimum. Misalkan: panjang kertas = x dan lebar kertas = y , tentukan model matematika dari permasalahan tersebut dengan panjang kotak sebagai variabel bebas.

Sudah selesaikah pekerjaan Anda? Tidak sulit bukan? Untuk mengetahui hasil pekerjaan Anda, cocokkanlah hasil pekerjaan Anda dengan kunci tugas mandiri 1 yang tersedia di bagian akhir modul ini. Lalu hitung skor Anda dengan menggunakan aturan sebagai berikut:

- Untuk nomor:
- 1 jawaban benar skornya = 3
 - 2 jawaban benar skornya = 3
 - 3 jawaban benar skornya = 5
 - 4 jawaban benar skornya = 3
 - 5 jawaban benar skornya = 6

Apabila semua jawaban benar, maka skor total = $3 + 3 + 5 + 3 + 6 = 20$. Untuk menghitung skor akhir yang Anda peroleh, gunakan rumus yang terdapat pada halaman pendahuluan modul ini.

Jika Anda memperoleh skor $>65\%$, berarti Anda sudah berhasil memahami materi kegiatan 1. Selanjutnya Anda dapat mempelajari materi kegiatan 2. Tetapi, apabila memperoleh skor $<65\%$, Anda harus mempelajari kembali kegiatan 1 terutama bagian-bagian yang belum Anda kuasai. Apabila mengalami kesulitan diskusikan dengan teman-teman atau tanyakan langsung kepada Guru Bina pada saat tatap muka. Jangan malu untuk bertanya, bangkitkanlah semangat belajar Anda, Insya Allah pasti berhasil.

PENYELESAIAN PERMASALAHAN UANG BERKAITAN DENGAN PERSAMAAN DAN FUNGSI KUADRAT



Untuk mendukung tercapainya kompetensi dasar materi pokok ini, indikator pencapaian hasil belajarnya adalah Anda dapat:

- menentukan penyelesaian dari model matematika
- memberikan tafsiran terhadap solusi dari masalah.



Penyelesaian dari Model Matematika dan Tafsiran Terhadap Solusi Masalah.

Pada kegiatan 1 Anda telah mempelajari materi tentang perancangan model matematika yang berkaitan dengan persamaan kuadrat dan fungsi kuadrat dari suatu masalah. Kali ini Anda akan pelajari cara menyelesaikan model matematika dari suatu masalah dan menafsirkan hasilnya. Materi kegiatan 2 ini merupakan kelanjutan dari materi kegiatan 1, oleh karena itu pemahaman Anda terhadap materi kegiatan 1 akan sangat membantu kelancaran untuk mempelajari materi kegiatan 2. Lalu, bagaimana cara menyelesaikan modul matematika dari suatu masalah dan menafsirkan hasilnya? Untuk lebih jelasnya pelajari materi di bawah ini dengan sungguh-sungguh.

1. Penyelesaian dari Model Matematika dan Tafsiran Terhadap Solusi Masalah yang Berkaitan dengan Persamaan Kuadrat

Pada kegiatan 1 telah Anda pelajari cara menentukan besaran masalah dan model matematika dari suatu masalah. Selanjutnya akan Anda pelajari bagaimana menentukan penyelesaian dari model matematika dan tafsiran terhadap solusi masalah yang berkaitan dengan persamaan kuadrat. Untuk lebih jelasnya, Anda perhatikan beberapa contoh di bawah ini.

Contoh 1:

Kuadrat suatu bilangan dikurangi empat kali bilangan itu sama dengan -3 . Tentukan bilangan-bilangan tersebut dan penafsiran solusi masalahnya!

Jawab:

-) Misalkan bilangan itu = x
-) Anda buat model matematikanya sebagai berikut:
 $x^2 - 4x = -3$
-) Karena bentuk $x^2 - 4x = -3$ merupakan persamaan kuadrat, maka penyelesaiannya adalah:
 $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$
 $\Leftrightarrow (x - 1)(x - 3) = 0$
 $\Leftrightarrow x - 1 = 0$ atau $x - 3 = 0$
 $\Leftrightarrow x = 0 + 1$ atau $x = 0 + 3$
 $\Leftrightarrow x = 1$ atau $x = 3$
-) Anda periksa:
 - untuk $x = 1$ maka: $x^2 - 4x = -3$
 $\Leftrightarrow (1)^2 - 4(1) = -3$
 $\Leftrightarrow 1 - 4 = -3$
 $\Leftrightarrow -3 = -3$ (ternyata benar)
 - untuk $x = 3$ maka: $x^2 - 4x = -3$
 $\Leftrightarrow (3)^2 - 4(3) = -3$
 $\Leftrightarrow 9 - 12 = -3$
 $\Leftrightarrow -3 = -3$ (ternyata benar)
 - Penafsiran solusi masalahnya:
Jadi bilangan-bilangan yang memenuhi kuadrat suatu bilangan dikurangi empat bilangan itu sama dengan -3 adalah 1 atau 3.

Tidak sulit bukan? Untuk menambah pemahaman dan keterampilan Anda menyelesaikan soal, perhatikan contoh 2 di bawah ini.

Contoh 2:

Jumlah dua buah bilangan sama dengan 20. Jika hasil kali kedua bilangan itu sama dengan 75, tentukan bilangan-bilangan tersebut dan penafsiran solusi masalahnya!

Jawab:

-) Misalkan: bilangan-bilangan itu adalah x dan y ,
maka $x + y = 20$
 $y = 20 - x$
-) Anda buat model matematikanya sebagai berikut:
 $\Leftrightarrow x \cdot y = 75$
 $\Leftrightarrow x(20 - x) = 75$
 $\Leftrightarrow 20x - x^2 = 75$
 $\Leftrightarrow -x^2 + 20 - 75 = 0$ (kedua ruas dikalikan (-1))
 $\Leftrightarrow x^2 - 20x + 75 = 0$

-) Penyelesaiannya:

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow (x-15)(x-5) &= 0 \\ \Leftrightarrow x-15 &= 0 \text{ atau } x-5 = 0 \\ \Leftrightarrow x &= 0+15 \text{ atau } x = 0+5 \\ \Leftrightarrow x &= 15 \text{ atau } x = 5 \end{aligned}$$

-) Anda cari nilai y sebagai berikut:

Untuk $x = 15$, maka $y = 20 - 15$
 $\Leftrightarrow y = 5$
 lalu diperiksa: $x + y = 15 + 5 = 20$
 $x \cdot y = 15 \cdot 5 = 75$ (ternyata benar)

Untuk $x = 5$, maka $y = 20 - 15$
 $\Leftrightarrow y = 15$
 lalu diperiksa: $x + y = 5 + 15 = 20$
 $x \cdot y = 5 \cdot 15 = 75$ (ternyata benar)

-) Penafsiran solusi masalahnya:

Bilangan-bilangan yang memenuhi syarat jumlahnya 20 dan hasil kalinya 75 adalah 5 dan 15.

Bagaimana Anda sudah paham? Baiklah agar Anda lebih paham lagi, simaklah contoh 3 di bawah ini.

Contoh 3:

Selembur karton berbentuk persegi panjang akan dibuat kotak tanpa tutup dengan cara membuang persegi seluas $3 \times 3 \text{ cm}^2$ di masing-masing pojoknya. Panjang kotak 2 cm lebih dari lebarnya dan volum kotak itu adalah 105 cm^3 . Tentukan ukuran kotak yang terjadi dan jelaskan penafsiran solusi masalahnya!

Jawab:

Permasalahan tersebut dapat dibuat model matematika $x^2 - 2x - 35 = 0$

-) Penyelesaiannya:

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 35 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x+5)(x-7) &= 0 \\ \Leftrightarrow x+5 &= 0 \text{ atau } x-7 = 0 \\ \Leftrightarrow x &= 0-5 \text{ atau } x = 7 \\ \Leftrightarrow x &= -5 \text{ atau } x = 7. \end{aligned}$$

Untuk $x = -5$ tidak memenuhi karena panjang kotak tidak mungkin negatif.

Untuk $x = 7$ maka $x = y + 2$
 $\Leftrightarrow 7 = y + 2$
 $\Leftrightarrow 7 - 2 = y$
 $\Leftrightarrow y = 5$

Dari uraian di atas diperoleh $x = 7$, $y = 5$, dan tinggi kotak = 3 cm.

-) Penafsiran solusi masalah:

Agar diperoleh kotak dengan ketentuan seperti pada soal, maka ukuran kotak tersebut adalah panjang alas kotak = 7 cm, lebar alas kotak = 5 cm, dan tinggi kotak = 3 cm.

Anda sudah paham? Apabila masih belum paham, perhatikanlah contoh 4 di bawah ini.

Contoh 4:

Sebidang tanah berbentuk persegi panjang. Keliling tanah itu adalah 52 m, sedangkan luasnya adalah 160 m².

Tentukan panjang dan lebar tanah tersebut serta penafsiran solusi masalahnya!

Jawab:

-) Anda buat sketsa gambar tanah sebagai berikut:

-) Misalkan : panjang (p) = x m
lebar (l) = y m
maka : keliling tanah = 2 (p + l)
 $\Leftrightarrow 52 = 2 (x + y)$
 $\Leftrightarrow \quad \quad = x + y$
 $\quad \quad \quad 26 = x + y$
 $\Leftrightarrow x + y = 26$
 $\Leftrightarrow y = 26 - x$
luas tanah = p . l
 $\Leftrightarrow \quad \quad 160 = xy$
 $\Leftrightarrow \quad \quad 160 = x (26 - x)$
 $\Leftrightarrow \quad \quad 160 = 26x - x^2$
 $\Leftrightarrow x^2 - 26x + 160 = 0$

-) Penyelesaiannya:

$$\Leftrightarrow x^2 - 26x + 160 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 16) (x - 10) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 16 = 0 \text{ atau } x - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 + 16 \text{ atau } x = 0 + 10$$

$$\Leftrightarrow x = 16 \text{ atau } x = 10$$

-) Untuk x = 16 maka: y = 26 - x
 $\Leftrightarrow y = 26 - 16$
 $\Leftrightarrow y = 10$

-) Untuk x = 10 maka: y = 26 - x
 $\Leftrightarrow y = 26 - 10$
 $\Leftrightarrow y = 16$

$$\begin{aligned}
 \text{Anda periksa: keliling tanah} &= 2(x + y) \\
 &= 2(16 + 10) \\
 &= 2(26) \\
 &= 52 \text{ m (benar)} \\
 \text{luas tanah} &= x \cdot y \\
 &= (10 \cdot 16) \\
 &= 160 \text{ m}^2 \text{ (benar)}
 \end{aligned}$$

-) Penafsiran solusi masalahnya:

pertama : panjang tanah = 16 m dan lebar tanah = 10 m

kedua : panjang tanah = 10 m dan lebar tanah = 16 m

Oleh karena panjang lebih dari lebar, maka Anda pilih penafsiran solusi masalahnya yaitu:

panjang tanah = 16 m dan lebar tanah = 10 m.

Ternyata jawaban Anda cukup panjang, tapi tidak sulit bukan?

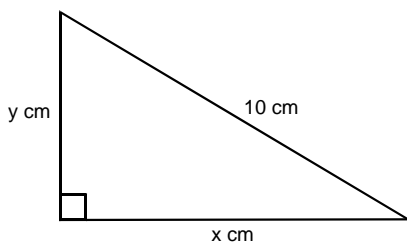
Setelah mencermati beberapa contoh di atas, sudah pahamkah Anda?

Untuk mengetahui sejauh mana pemahaman Anda, kerjakanlah soal latihan uji kompetensi di bawah ini.



LATIHAN

1. Kuadrat suatu bilangan dikurangi enam kali bilangan itu sama dengan -9 . Tentukan bilangan tersebut dan penafsiran solusi masalahnya!
2. Tiga kali kuadrat suatu bilangan dikurangi satu sama dengan 11. Tentukan bilangan tersebut dan penafsiran solusi masalahnya!
3. Selambar seng berbentuk persegi panjang akan dibuat kotak tanpa tutup dengan cara membuang persegi seluas $2 \times 2 \text{ cm}^2$ di masing-masing pojoknya. Panjang kotak 4 cm lebih dari lebarnya dan volum kotak itu 90 cm^3 . Tentukan panjang dan alas kotak tersebut serta jelaskan penafsiran solusi masalahnya!
4. Perhatikan gambar segitiga siku-siku di bawah ini.



Jika selisih panjang kedua sisi tegaknya sama dengan 2, tentukan luas segitiga tersebut dan jelaskan penafsiran solusi masalahnya!

Bagaimana, mudah bukan? Apakah Anda sudah selesai mengerjakannya? Apabila belum selesai mengerjakannya jangan membaca jawabannya terlebih dulu. Tetapi apabila sudah selesai mengerjakannya, seperti inilah jawaban Anda?

JAWABAN LATIHAN

1. Misalkan bilangan itu = p
maka: $p^2 - 6p = -9$
 $\Leftrightarrow p^2 - 6p + 9 = 0$
 $\Leftrightarrow (p - 3)(p - 3) = 0$
 $\Leftrightarrow p - 3 = 0$ atau $p - 3 = 0$
 $\Leftrightarrow p = 0 + 3$ atau $p = 0 + 3$
 $\Leftrightarrow p = 3$ atau $p = 3$

Anda periksa:

$$p = 3 \text{ maka: } p^2 - 6p = -9$$
$$\Leftrightarrow (3)^2 - 6(3) = -9$$
$$\Leftrightarrow 9 - 18 = -9$$
$$\Leftrightarrow -9 = -9 \text{ (ternyata benar)}$$

Penafsiran solusi masalahnya:

Bilangan yang memenuhi syarat di atas yaitu 3.

2. Misalkan bilangan itu = m ,
maka: $3m^2 - 1 = 11$
 $\Leftrightarrow 3m^2 - 1 - 11 = 0$
 $\Leftrightarrow 3m^2 - 12 = 0$ (kedua ruas dibagi 3)
 $\Leftrightarrow m^2 - 4 = 0$
 $\Leftrightarrow (m - 2)(m + 2) = 0$
 $\Leftrightarrow m - 2 = 0$ atau $m + 2 = 0$
 $\Leftrightarrow m = 2$ atau $m = -2$

Anda periksa:

$$\text{Untuk } m = 2 \text{ maka: } 3m^2 - 1 = 11$$
$$\Leftrightarrow 3(2)^2 - 1 = 11$$
$$\Leftrightarrow 3(4) - 1 = 11$$
$$\Leftrightarrow 12 - 1 = 11$$
$$\Leftrightarrow 11 = 11 \text{ (ternyata benar)}$$

$$\text{untuk } m = -2 \text{ maka: } 3m^2 - 1 = 11$$
$$\Leftrightarrow 3(-2)^2 - 1 = 11$$
$$\Leftrightarrow 3(4) - 1 = 11$$
$$\Leftrightarrow 12 - 1 = 11$$
$$\Leftrightarrow 11 = 11 \text{ (ternyata benar)}$$

Penafsiran solusi masalahnya:

Bilangan yang memenuhi syarat di atas adalah 2 atau -2.

3. Anda buat sketsa seperti gambar di bawah ini.

Berdasarkan gambar di atas, maka: panjang kotak = x cm
 lebar kotak = y cm
 tinggi kotak = 2 cm

- Karena panjang kotak 4 cm lebih dari lebarnya maka:
 $x = y + 4$.

- Volum kotak = $p \cdot \ell \cdot t$
- $\Leftrightarrow 90 = x \cdot y \cdot 2$
- $\Leftrightarrow 90 = (y + 4)y \cdot 2$
- $\Leftrightarrow 90 = 2y^2 + 8y$
- $\Leftrightarrow 0 = 2y^2 + 8y - 90$

$8y - 90 = 0$ (kedua ruas dibagi 2)
 $4y - 45 = 0$
 Dibuat kotak

Penyelesaiannya:
 $y^2 + 4y - 45 = 0$
 $(y + 9)(y - 5) = 0$
 $y + 9 = 0$ atau $y - 5 = 0$
 $y = 0 - 9$ atau $y = 0 + 5$
 $y = -9$ atau $y = 5$

Untuk $y = -9$ hal ini tidak mungkin, karena diperoleh lebar kotak negatif,

Untuk: $y = 5$ maka $x = y + 4$

$\Leftrightarrow x = 5 + 4$

$\Leftrightarrow x = 9$

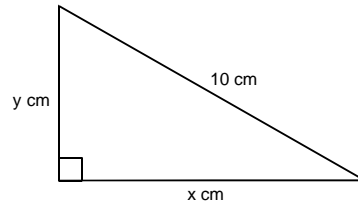
Penafsiran solusi masalahnya:

Agar diperoleh kotak dengan syarat seperti pada soal tersebut, maka ukuran kotak itu adalah panjang 9 cm, lebar 5 cm, dan tinggi 2 cm.

4. Sisi mendatar (alasnya) = x cm
 sisi vertical (tingginya) = y cm
 hubungan antara x dan y adalah:

$$x - y = 2$$

$$\Leftrightarrow x = y + 2$$



Pada segitiga siku-siku berlaku Dalil Phitagoras yaitu:

Kuadrat sisi miring sama dengan jumlah kuadrat sisi-sisi siku-sikunya.

Berarti:

$$10^2 = x^2 + y^2$$

$$\Leftrightarrow 100 = (y + 2)^2 + y^2$$

$$\Leftrightarrow 100 = y^2 + 4y + 4 + y^2$$

$$\Leftrightarrow 100 = 2y^2 + 4y + 4$$

$$\Leftrightarrow 0 = 2y^2 + 4y + 4 - 100$$

$$\Leftrightarrow 0 = 2y^2 + 4y - 96$$

$$\Leftrightarrow 2y^2 + 4y - 96 = 0 \text{ (kedua ruas dibagi 2)}$$

$$\Leftrightarrow y^2 + y - 48 = 0$$

Penyelesaiannya:

$$y^2 + y - 48 = 0$$

$$\Leftrightarrow (y + 8)(y - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow y + 8 = 0 \quad \text{atau} \quad y - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow y = 0 - 8 \quad \text{atau} \quad y = 0 + 6$$

$$\Leftrightarrow y = -8 \quad \text{atau} \quad y = 6$$

Untuk $y = -8$ hal ini tidak mungkin karena tinggi segitiga negatif.

Untuk $y = 6$ maka $x = 6 + 2$

$$x = 8$$

Luas segitiga = alas . tinggi

$$= \frac{1}{2} \cdot x \cdot y$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6$$

$$= 24 \text{ cm}^2.$$

Penafsiran solusi masalahnya:

Luas segitiga siku-siku tersebut adalah 24 cm^2 dengan ukuran alas = 8 cm dan tinggi = 6 cm .

Apakah pekerjaan Anda sama seperti jawaban di atas? Jika ya, bagus! Berarti Anda benar. Apabila pekerjaan Anda belum sama seperti jawaban di atas, segeralah koreksi dan samakan dengan jawaban. Jika mengalami kesulitan, diskusikan dengan teman-teman atau tanyakan langsung kepada guru bina pada saat tatap muka. Bagi Anda yang sudah yakin benar-benar paham, lanjutkanlah mempelajari materi di bawah ini.

2. Penyelesaian dari Model Matematika dan Tafsiran solusi Masalah yang Berkaitan dengan Fungsi Kuadrat.

Pada kegiatan 1 bagian 2 telah Anda pelajari merumuskan model matematika yang berkaitan dengan fungsi kuadrat. Kali ini Anda akan mempelajari kelanjutan materi tersebut yaitu menyelesaikan model matematika yang berkaitan dengan fungsi kuadrat dan menafsirkan solusi masalahnya.

Untuk lebih jelasnya, Anda simak beberapa contoh di bawah ini.

Contoh 1:

Jumlah dua buah bilangan adalah 10

Jika hasil kali bilangan itu maksimum maka tentukan bilangan-bilangan tersebut dan jelaskan penafsiran solusi masalahnya!

Jawab:

-) Misalkan: dua buah bilangan tersebut adalah x dan y ,

$$\text{maka: } x + y = 10$$

$$\Leftrightarrow y = 10 - x$$

-) Hasil kali kedua bilangan itu adalah: $H = x \cdot y$
 $\Leftrightarrow H = x(10 - x)$
 $\Leftrightarrow H = 10x - x^2$

-) H merupakan fungsi dalam x yaitu: $H(x) = 10x - x^2$
 $\Leftrightarrow H(x) = -x^2 + 10x$.

Berarti $a = -1$, $b = 10$, dan $c = 0$

Nilai maksimum H dicapai untuk : $x = -$

$$\Leftrightarrow x = -$$

$$\Leftrightarrow x =$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

Untuk $x = 5$ maka $y = 10 - x$

$$\Leftrightarrow y = 5.$$

-) Penafsiran solusi masalahnya:
Kedua bilangan yang memenuhi syarat tersebut adalah 5 dan 5, sehingga hasil kalinya $= 5 \times 5 = 25$.
Anda sudah paham? Bagus! Agar Anda lebih paham dan terampil menyelesaikan soal-soal, perhatikan contoh 2 di bawah ini

Contoh 2

Selisih dua bilangan adalah 8.

Tentukan hasil kali minimum bilangan tersebut dan jelaskan penafsiran solusi masalahnya!

Jawab:

-) Misalkan dua buah bilangan itu adalah x dan y ,

$$\text{maka: } x - y = 8$$

$$\Leftrightarrow x = y + 8$$

-) Hasil kali kedua bilangan itu adalah: $H = x \cdot y$
 $\Leftrightarrow H = (y + 8) \cdot y$
 $\Leftrightarrow H = y^2 + 8y$

-) H merupakan fungsi kuadrat dalam y yaitu: $H(y) = y^2 + 8y$,
berarti: $a = 1$, $b = 8$, dan $c = 0$

Nilai minimum H adalah = -

$$= -\frac{(8)^2 - 4(1)(0)}{4(1)}$$

$$= -\frac{64 - 0}{4}$$

$$= -\frac{64}{4}$$

$$= -16$$

-) Penafsiran solusi masalah:
Dua bilangan yang selisihnya adalah 8, maka hasil kali minimum kedua bilangan itu sama dengan -16.

Sudah pahamkah Anda adalah mempelajari dua contoh di atas?

Baiklah, untuk menambah pemahaman Anda cermati contoh 3 di bawah ini.

Contoh 3:

Sebidang tanah berbentuk persegi panjang kelilingnya 40 m.
Tentukan panjang dan lebar tanah tersebut agar luasnya maksimum!

Jawab:

-) Anda buat sketsa tanah seperti gambar di bawah ini;

-) Misalkan:

panjang (p) = x m

lebar (ℓ) = y m

-) Keliling tanah = $2(p + \ell)$

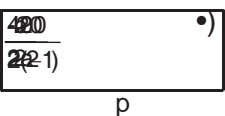
$$\Leftrightarrow 40 = 2(x + y)$$

$$\Leftrightarrow \quad = x + y$$

$$\Leftrightarrow 20 = x + y$$

$$\Leftrightarrow x + y = 20$$

$$\Leftrightarrow y = 20 - x$$



-) Luas tanah = $p \cdot \ell$

$$\Leftrightarrow L = x \cdot y$$

$$\Leftrightarrow L = x(20 - x)$$

$$\Leftrightarrow L = 20x - x^2$$

-) L merupakan fungsi kuadrat dalam x yaitu: $L(x) = 20x - x^2$

$$\Leftrightarrow L(x) = -x^2 + 20x$$

berarti $a = -1$, $b = 20$, dan $c = 0$.

Agar L maksimum maka $x = -$

$$\Leftrightarrow x = -$$

$$\Leftrightarrow x =$$

$$\Leftrightarrow x = 10$$

Untuk $x = 10$ maka: $y = 20 - x$

$$\Leftrightarrow y = 20 - 10$$

$$\Leftrightarrow y = 10$$

-) Penafsiran solusi masalahnya:
 panjang tanah = $x = 10$ m
 lebar tanah = $y = 10$ m

Karena panjang tanah sama dengan lebarnya maka tanah tersebut berbentuk persegi dengan sisi-sisinya berukuran 10 m.

Setelah mencermati contoh-contoh di atas, apakah Anda sudah paham? Untuk lebih memahami, cermati contoh 4 di bawah ini.

Contoh 4:

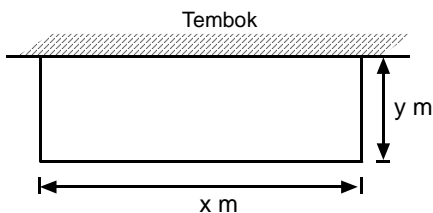
Kawat ram yang panjangnya 100 m akan digunakan untuk memagari kandang ayam seperti gambar di bawah ini.

Kandang ayam tersebut berbentuk persegi panjang yang salah satu sisinya adalah tembok.

Tentukan ukuran kandang tersebut agar luas kandang maksimum dan berikan penjelasan tafsiran dari solusi masalahnya!

Jawab:

-) Anda buat sketsa kandang ayam seperti gambar berikut:



-) Berdasarkan gambar di atas, keliling pagar ayam = panjang kawat ram
 - $\Leftrightarrow y + x + y = 100$
 - $\Leftrightarrow x + 2y = 100$
 - $\Leftrightarrow x = 100 - 2y.$

-) Luas kandang ayam = panjang x lebar

$$\Leftrightarrow L = x \cdot y$$

$$\Leftrightarrow L = (100 - 2y) \cdot y$$

$$\Leftrightarrow L = 100y - 2y^2$$

$$\Leftrightarrow L = -2y^2 + 100y$$

-) L merupakan fungsi kuadrat dalam y yaitu: $L(y) = -2y^2 + 100y$
berarti $a = -2$, $b = 100$, dan $c = 0$.

Agar L maksimum maka $y = -\frac{b}{2a}$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{100}{2(-2)}$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{100}{-4}$$

$$\Leftrightarrow y = 25$$

Untuk $y = 25$ maka: $x = 100 - 2y$

$$\Leftrightarrow x = 100 - 2(25)$$

$$\Leftrightarrow x = 100 - 50$$

$$\Leftrightarrow x = 50$$

-) Penafsiran solusi masalahnya:

Agar diperoleh luas kandang maksimum maka kawat ram tersebut harus digunakan untuk memagari kandang ayam yang berbentuk persegi panjang dengan salah satu sisinya tembok dengan ukuran panjang = 50 meter dan lebar = 25 meter.

Setelah memperhatikan beberapa contoh di atas apakah Anda sudah paham? Untuk mengetahui pemahaman Anda, kerjakan soal-soal latihan uji kompetensi di bawah ini. Jujurlah Anda dalam mengerjakan soal-soal latihan uji kompetensi.

LATIHAN



1. Jumlah dua buah bilangan adalah 30.
Jika hasil kali kedua bilangan itu maksimum maka tentukan bilangan-bilangan tersebut dan jelaskan penafsiran solusi masalahnya!
2. Selisih dua buah bilangan adalah 10
Tentukan hasil kali minimum kedua bilangan itu dan jelaskan penafsiran solusi masalahnya!

3. Sebuah peluru ditembakkan vertikal ke atas.
Tinggi peluru h (dalam meter) sebagai fungsi waktu t (dalam detik)
Dirumuskan dengan $h(t) = 100t - 5t^2$.
Tentukan tinggi maksimum yang dapat dicapai peluru dan waktu yang diperlukan serta jelaskan penafsiran solusi masalahnya!
4. Perhatikan gambar di bawah ini.

Persegi ABCD memiliki panjang sisi 8 cm, sedangkan $AK = x$ cm, dan $DL = 2x$ cm. Jika L menyatakan luas CKL, tunjukkan bahwa : $L(x) = x^2 - 8x + 32$, kemudian tentukan luas minimum segitiga CKL dan jelaskan penafsiran masalahnya!

Apabila Anda suka musik, kerjakan soal-soal di atas sambil mendengarkan musik kesayangan Anda agar tidak lelah. Setelah selesai mengerjakannya, cocokkanlah pekerjaan Anda dengan jawaban.

JAWABAN LATIHAN

1. •) Misalkan dua buah bilangan itu masing-masing x dan y ,
maka: $x + y = 30$
 $\Leftrightarrow y = 30 - x$

-) Hasil kali kedua bilangan itu adalah $H = x \cdot y$
 $\Leftrightarrow H = x(30 - x)$
 $\Leftrightarrow H = 30x - x^2$
 $\Leftrightarrow H(x) = -x^2 + 30x$

Berarti: $a = -1$, $b = 30$, dan $c = 0$.

-) H maksimum $x = -$
 $\Leftrightarrow x = -$
 $\Leftrightarrow x = -$
 $\Leftrightarrow x = 15$
-) Untuk $x = 15$, maka $y = 30 - x$

$$\Leftrightarrow y = 30 - 15$$

$$\Leftrightarrow y = 15.$$

-) Penafsiran solusi masalahnya:
Jika jumlah dua bilangan dengan 30 dan hasil kali kedua bilangan tersebut maksimum, maka kedua bilangan itu adalah 15 dan 15.

2. •) Misalkan dua buah bilangan itu masing-masing x dan y ,

$$\text{maka: } x - y = 10$$

$$\Leftrightarrow x = y + 10$$

-) Hasil kali kedua bilangan itu adalah $H = x \cdot y$

$$\Leftrightarrow H = (y + 10) \cdot y$$

$$\Leftrightarrow H = y^2 + 10y$$

Berarti: $a = 1$, $b = 10$ dan $c = 0$

-) H minimum = -

$$= -\frac{(10)^2 - 4(1)(0)}{4(1)}$$

$$= -\frac{100 - 0}{4}$$

$$= -\frac{100}{4}$$

$$= -25.$$

-) Penafsiran solusi masalahnya:

Apabila selisih dua bilangan sama dengan 10 maka hasil kali minimum kedua bilangan tersebut adalah -25.

3. $h(t) = 100t - 5t^2$

$$\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

$h(t) = -5t^2 + 100t$ merupakan fungsi kuadrat dalam t dengan $a = -5$, $b = 100$, dan $c = 0$

-) Tinggi maksimum:

$$\begin{aligned} h_{\text{maks}} &= -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \\ &= -\frac{(100)^2 - 4(5)(0)}{4(-5)} \\ &= -\frac{10.000 - 0}{-20} \\ &= \frac{-10.000}{-20} \\ &= 500 \end{aligned}$$

-) Waktu yang diperlukan untuk mencapai tinggi maksimum:

$$\begin{aligned} t_{\text{maks}} &= -\frac{b}{2a} \\ &= -\frac{100}{2(-5)} \\ &= \frac{-100}{-10} \\ &= 10 \end{aligned}$$

-) Penafsiran solusi masalah:

Tinggi maksimum yang dicapai peluru adalah $h = 500$ meter pada waktu $t = 10$ detik.

4. •) Luas ABCD = $8 \times 8 = 64 \text{ cm}^2$

-) Panjang AL = $AD - DL = (8 - 2x)$

$$L_{\Delta CDL} = \text{. alas . tinggi} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot DL = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2x = 8x$$

$$L_{\Delta LAK} = \text{. alas . tinggi} = \frac{1}{2} \cdot AL \cdot AK = \frac{1}{2} (8 - 2x) x = (4x - x^2)$$

-) Panjang BK = $AB - AK = (8 - x)$

$$L_{\Delta BCK} = \text{. alas . tinggi} = \frac{1}{2} \cdot BK \cdot BC = \frac{1}{2} (8 - x) 8 = 32 - 4x$$

-) $L_{\Delta CKL} = L_{ABCD} - (L_{\Delta CDL} + L_{\Delta LAK} + L_{\Delta BCK})$

$$\begin{aligned}
\Leftrightarrow L(x) &= 64 - (8x + (4x - x^2) + (32 - 4x)) \\
\Leftrightarrow L(x) &= 64 - (8x + 4x - x^2 + 32 - 4x) \\
\Leftrightarrow L(x) &= 64 - 8x + x^2 - 32 \\
\Leftrightarrow L(x) &= 32 - 8x + x^2 \\
\Leftrightarrow L(x) &= x^2 - 8x + 32 \text{ (terbukti)}
\end{aligned}$$

merupakan fungsi kuadrat dalam x dengan a = 1, b = -8, dan c = 32.

$$\begin{aligned}
\bullet) L_{\text{minimum}} &= - \\
&= - \frac{(-8)^2 - 4(1)(32)}{4(1)} \\
&= - \frac{64 - 128}{4} \\
&= - \frac{-64}{4} \\
&= \frac{64}{4} \\
&= 16.
\end{aligned}$$

-) Penafsiran solusi masalah
Luas minimum segitiga CKL adalah 16 cm².

Bagaimana, mudah bukan? Anda lelah atau capek? Istirahatlah sejenak, setelah segar kembali periksalah hasil pekerjaan Anda. Apabila hasil pekerjaan Anda sama seperti jawaban di atas, berarti Anda benar. Tetapi, apabila belum sama seperti jawaban di atas segeralah samakan. Jika mengalami kesulitan diskusikan dengan teman-teman atau tanyakan kepada guru bina pada saat tatap muka. Bagi Anda yang sudah paham, lanjutkan mengerjakan soal-soal tugas mandiri 2. Untuk mengukur tingkat penguasaan Anda terhadap materi kegiatan 2 kerjakan soal-soal tugas mandiri 2. Anda harus jujur mengerjakannya!

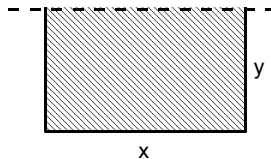
$$\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$



TUGAS 2

Kerjakan soal-soal di bawah ini dengan singkat, jelas dan benar

1. Kuadrat suatu bilangan dikurangi delapan kali bilangan itu sama dengan 9. Tentukan bilangan tersebut dan jelaskan penafsiran solusi masalahnya!
2. Tiga kali kuadrat suatu bilangan ditambah lima sama dengan 113. Tentukan bilangan-bilangan tersebut dan jelaskan penafsiran solusi masalahnya!
3. Seorang siswa memotong selembar kain. Kain hasil potongannya berbentuk persegi panjang dengan keliling 60 dm. Apabila siswa tersebut berharap mendapatkan kain hasil potongan mempunyai luas maksimum, tentukan panjang dan lebar kain serta jelaskan penafsiran solusi masalahnya!
4. Sebuah peluru ditembakkan vertikal ke atas. Tinggi peluru h (dalam meter) sebagai fungsi waktu t (dalam detik) dirumuskan dengan $h(t) = -4t^2 + 40t$. Tentukan tinggi maksimum yang dapat dicapai peluru dan waktu yang diperlukan serta jelaskan penafsiran solusi masalahnya!
5. Sepotong kawat baja panjangnya 20 dm. Bagian ujung-ujungnya dibengkokkan sehingga berbentuk huruf U, seperti gambar di bawah ini.



Tentukan ukuran x dan y agar luas daerah yang diarsir mempunyai luas maksimum!

Bagaimana, tidak begitu sulit bukan? Untuk mengetahui benar tidaknya hasil pekerjaan Anda, cocokkanlah hasil pekerjaan Anda dengan kunci tugas mandiri 2 yang tersedia di bagian akhir ini.

Selanjutnya hitunglah skor Anda dengan menggunakan aturan sebagai berikut:

- Untuk nomor :
- | | |
|-------------------------|------|
| 1 jawaban benar skornya | = 6 |
| 2 jawaban benar skornya | = 6 |
| 3 jawaban benar skornya | = 11 |
| 4 jawaban benar skornya | = 6 |
| 5 jawaban benar skornya | = 11 |

Apabila semua jawaban benar, maka skornya total = $6 + 6 + 11 + 6 + 11 = 40$ untuk menghitung skor akhir yang Anda peroleh, gunakan rumus yang terdapat pada halaman pendahuluan modul ini.

Jika Anda memperoleh skor $>65\%$, berarti Anda sudah memahami materi kegiatan 2. Kemudian Anda dapat mengikuti uji kompetensi akhir modul. Bagi Anda yang memperoleh skor, $<65\%$, Anda harus mempelajari kembali materi pada kegiatan 2 sampai benar-benar paham, terutama materi yang belum Anda kuasai.

Apabila mengalami kesulitan, diskusikan dengan teman-teman atau tanyakan langsung kepada guru bina pada saat tatap muka. Jangan lupa persiapkan diri Anda baik-baik dalam menghadapi uji kompetensi akhir modul.

PENUTUP

Anda telah mempelajari materi modul ini dengan baik. Semoga Anda selalu dalam keadaan sehat wal afiat, sehingga dapat mengikuti uji kompetensi akhir modul ini dengan hasil yang memuaskan.

Dari uraian materi modul ini rangkumannya dapat Anda pelajari kembali untuk membantu Anda dalam mengerjakan dan menjawab soal-soal uji kompetensi akhir modul.

Rangkuman

Kegiatan 1.

- a) Merancang model matematika yang berkaitan dengan persamaan kuadrat dapat Anda ikuti langkah-langkah sebagai berikut:
 - 1). Tentukan besaran masalahnya (variabel).
Misalkan dengan x , y , p , q , dsb.
 - 2). Berdasarkan ketentuan soal, lalu Anda tentukan model matematikanya dalam bentuk persamaan kuadrat.

- b) Merancang model matematika yang berkaitan dengan fungsi kuadrat dapat Anda ikuti langkah-langkah sebagai berikut:
 - 1). Tentukan besaran masalahnya (variabel)
Misalkan dengan x , y , p , q , dsb.
 - 2). Berdasarkan ketentuan soal, lalu Anda tentukan model matematikanya dalam bentuk fungsi kuadrat.

Kegiatan 2.

- a) Penyelesaian dari model matematika dan tafsiran terhadap solusi masalah yang berkaitan dengan persamaan kuadrat dapat Anda ikuti langkah-langkah sebagai berikut:
 - 1). Tentukan besaran masalahnya (variabel).
Misalkan dengan x , y , p , q , dsb.
 - 2). Berdasarkan ketentuan soal, lalu Anda tentukan model matematikanya dalam bentuk persamaan kuadrat.
 - 3). Anda tentukan penyelesaian persamaan kuadrat.
Gunakan cara yang mudah misalnya: pemfaktoran, melengkapkan bentuk kuadrat, atau rumus abc.
 - 4). Tafsirkan solusi masalahnya.

- b) Penyelesaian dari model matematika dan tafsiran terhadap solusi masalah yang berkaitan dengan fungsi kuadrat dapat Anda ikuti langkah-langkah sebagai berikut:
- 1). Tentukan besaran masalahnya (variabel)
Misalkan dengan x , y , p , q , dsb.
 - 2) Berdasarkan ketentuan soal, lalu Anda tentukan model matematikanya dalam bentuk fungsi kuadrat.
 - 3) Anda tentukan penyelesaian fungsi kuadrat sesuai dengan permasalahan dalam soal. Misalnya nilai maksimum/minimum, pembuat nilai maksimum/minimum, dsb.
 - 4) Tafsirkan solusi masalahnya.

KUNCI TUGAS MANDIRI



TUGAS 1

1. Misalkan bilangan itu = x ,

maka: $x^2 - 8x = 9$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x - 9 = 0$$

Jadi model matematika dari permasalahan di atas adalah $x^2 - 8x - 9 = 0$

2. Misalkan bilangan itu = y ,

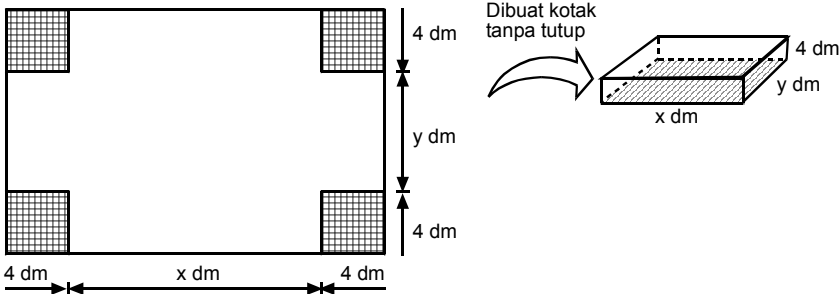
maka: $y^2 + 10 = 7y$

$$\Leftrightarrow y^2 + 10 - 7y = 0$$

$$\Leftrightarrow y^2 - 7y + 10 = 0$$

Jadi model matematika dari permasalahan di atas adalah $y^2 - 7y + 10 = 0$

3. Anda buat sketsa seperti gambar di bawah ini.



- Misalkan:
panjang kotak = x dm, lebar kotak = y dm dan tinggi kotak = 4 dm
- Panjang kotak 1 dm lebih dari lebarnya,
maka: $x = y + 1$
 $\Leftrightarrow y = x - 1$
- Volum kotak = $p \cdot \ell \cdot t$
 $\Leftrightarrow 120 = x \cdot y \cdot 4$
 $\Leftrightarrow 120 = x(x - 1) \cdot 4$
 $\Leftrightarrow 120 = 4x^2 - 4x$ (kedua ruas dibagi 4)
 $\Leftrightarrow 30 = x^2 - x$
 $\Leftrightarrow 0 = x^2 - x - 30$
 $\Leftrightarrow x^2 - x - 30 = 0$

Model matematika dari permasalahan di atas adalah $x^2 - x - 30 = 0$

4. Misalkan kedua bilangan itu adalah x dan y .

maka: $x + y = 16$

$$\Leftrightarrow y = 16 - x$$

Hasil kali kedua bilangan itu:

$$H = x \cdot y$$

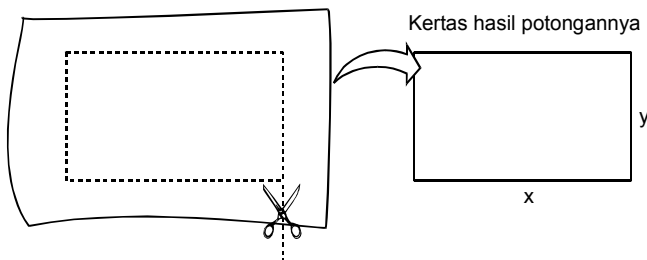
$$\Leftrightarrow H = x(16 - x)$$

$$\Leftrightarrow H = 16x - x^2$$

$$H(x) = 16x - x^2$$

Model matematika dari permasalahan di atas adalah $H(x) = 16x - x^2$

5. Buat sketsa kertas yang akan dipotong sebagai berikut:



- Misalkan panjang (p) kertas = x
lebar (ℓ) kertas = y .

maka: keliling kertas
hasil potongan = $2(p + \ell)$

$$\Leftrightarrow 60 = 2(x + y)$$

$$\Leftrightarrow \frac{60}{2} = x + y$$

$$\Leftrightarrow 30 = x + y$$

$$\Leftrightarrow x + y = 30$$

$$\Leftrightarrow y = 30 - x.$$

Luas potongan kertas = $p \cdot \ell$

$$\Leftrightarrow L = x \cdot y$$

$$\Leftrightarrow L = x(30 - x)$$

$$\Leftrightarrow L = 30x - x^2$$

$$\Leftrightarrow L(x) = 30x - x^2$$

Model matematika permasalahan di atas adalah $L(x) = 30x - x^2$



TUGAS 2

1. Misalkan bilangan itu = x ,
maka: $x^2 - 8x = 9$
 $\Leftrightarrow x^2 - 8x - 9 = 0$
 $\Leftrightarrow (x - 9)(x + 1) = 0$
 $\Leftrightarrow (x - 9) = 0$ atau $x + 1 = 0$
 $\Leftrightarrow x = 0 + 9$ atau $x = 0 - 1$
 $\Leftrightarrow x = 9$ atau $x = -1$

Anda periksa:

Untuk $x = 9$ maka $(9)^2 - 8(9) = 9$
 $\Leftrightarrow 81 - 72 = 9$
 $\Leftrightarrow 9 = 9$ (ternyata benar)

Untuk $x = -1$ maka $(-1)^2 - 8(-1) = 9$
 $\Leftrightarrow 1 + 8 = 9$
 $\Leftrightarrow 9 = 9$ (ternyata benar)

Bilangan-bilangan itu adalah 9 dan -1.

Penafsiran solusi masalah:

Bilangan-bilangan yang memenuhi kuadrat suatu bilangan dikurangi delapan kali bilangan itu sama dengan 9 adalah 9 dan -1.

2. Misalkan bilangan itu = x ,
maka: $3x^2 + 5 = 113$
 $\Leftrightarrow 3x^2 + 5 - 113 = 0$
 $\Leftrightarrow 3x^2 - 108 = 0$ (kedua ruas dibagi 3)
 $\Leftrightarrow x^2 - 36 = 0$
 $\Leftrightarrow (x - 6)(x + 6) = 0$
 $\Leftrightarrow (x - 6) = 0$ atau $x + 6 = 0$
 $\Leftrightarrow x = 6$ atau $x = -6$

Anda periksa:

Untuk $x = 6$ maka: $3(6)^2 + 5 = 113$
 $3(36) + 5 = 113$
 $108 + 5 = 113$
 $113 = 113$ (ternyata benar)

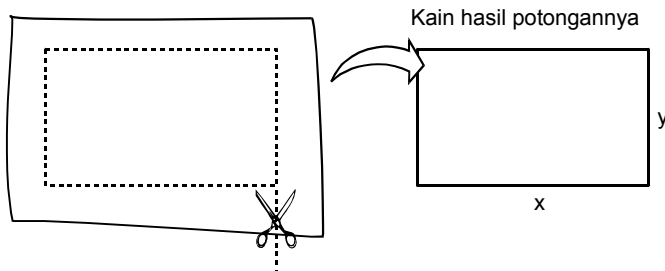
Untuk $x = -6$ maka: $3(-6)^2 + 5 = 113$
 $3(36) + 5 = 113$
 $108 + 5 = 113$
 $113 = 113$ (ternyata benar)

Bilangan-bilangan itu adalah 6 dan -6.

Penafsiran solusi masalah:

Bilangan-bilangan yang memenuhi tiga kali kuadrat suatu bilangan ditambah lima sama dengan 113 adalah 6 dan -6.

3. Buat sketsa kain yang akan dipotong sebagai berikut:



- Anda misalkan: panjang (p) kain = x dm
lebar (ℓ) kain = y dm

maka: keliling kain = $2(p + \ell)$

$$\Leftrightarrow 60 = 2(x + y)$$
$$\Leftrightarrow \frac{60}{2} = x + y$$
$$\Leftrightarrow 30 = x + y$$
$$\Leftrightarrow x + y = 30$$
$$\Leftrightarrow y = 30 - x$$

- Luas potongan kain = $x \cdot y$
- $$\Leftrightarrow L = x \cdot y$$
- $$\Leftrightarrow L = x(30 - x)$$
- $$\Leftrightarrow L = 30x - x^2$$
- $$\Leftrightarrow L = -x^2 + 30x$$

- L merupakan fungsi kuadrat dalam x ditulis $L(x) = -x^2 + 30x$, dengan $a = -1$, $b = 30$, dan $c = 0$.

Agar L maksimum, maka $x = -\frac{b}{2a}$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{30}{2(-1)}$$
$$\Leftrightarrow x = -\frac{30}{(-2)}$$
$$\Leftrightarrow x = 15$$

Substitusikan $x = 15$ ke persamaan $y = 30 - x$

$$\Leftrightarrow y = 30 - 15$$
$$\Leftrightarrow y = 15.$$

-) Penafsiran solusi masalah:

Agar diperoleh hasil potongan kain berbentuk persegi panjang yang mempunyai luas maksimum, siswa tersebut harus memotong kain dengan ukuran panjang (p) = 15 dm, dan lebar (l) = 15 dm. Oleh karena panjang kain sama dengan lebarnya berarti kain hasil potongannya berbentuk persegi dengan sisinya berukuran 15 dm.

4. $h(t) = -4t^2 + 40t$, merupakan fungsi kuadrat dalam t dengan $a = -4$, $b = 40$, dan $c = 0$.

-) Tinggi maksimum:

$$\begin{aligned} h_{\text{maks}} &= -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \\ &= -\frac{(40)^2 - 4(-4)(0)}{4(-4)} \\ &= -\frac{1600 + 0}{-16} \\ &= -\frac{1600}{-16} \\ &= 100 \end{aligned}$$

-) Waktu yang diperoleh untuk mencapai tinggi maksimum:

$$t = -\frac{b}{2a}$$

$$\Leftrightarrow t = -$$

$$\Leftrightarrow t = -$$

$$\Leftrightarrow t = 5$$

-) Penafsiran solusi masalahnya:

Peluru tersebut akan mencapai tinggi maksimum $h = 100$ meter pada waktu $t = 5$ detik.

5. Anda buat sketsa kawat baja yang dibengkokkan berbentuk huruf U seperti gambar berikut:

-) Keliling kawat baja = $y + x + y$
 - $\Leftrightarrow 20 = x + 2y$
 - $\Leftrightarrow x + 2y = 20$
 - $\Leftrightarrow x = 20 - 2y$

-) Luas daerah yang diarsir = $x \cdot y$
 - $\Leftrightarrow L = (20 - 2y) y.$
 - $\Leftrightarrow L = 20y - 2y^2$
 - $\Leftrightarrow L(y) = 20y - 2y^2$
 - $\Leftrightarrow L(y) = -2y^2 + 20y.$

-) $L(y) = -2y^2 + 20y$ merupakan fungsi kuadrat dalam y dengan $a = -2$, $b = 20$, dan $c = 0$

Agar diperoleh L maksimum maka $y = -$

$$\Leftrightarrow y = -$$

$$\Leftrightarrow y = -$$

$$\Leftrightarrow y = 5$$

Substitusikan $y = 5$ ke persamaan: $x = 20 - 2y$

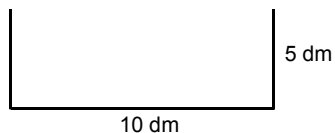
$$\Leftrightarrow x = 20 - 2(5)$$

$$\Leftrightarrow x = 20 - 10$$

$$\Leftrightarrow x = 10$$

-) Penafsiran solusi masalahnya:

Agar diperoleh luas daerah maksimum, maka kawat baja tersebut harus dibengkokkan berbentuk huruf U dengan ukuran sebagai berikut:



DAFTAR PUSTAKA

- B.K.Noormandiri, Endar Sucipto, **Matematika untuk SMU jilid 1 Kelas 1**, Penerbit Erlangga, 1995.
- M. Oetjoep Ilham, H. Gunawan, Tosin, Zainudin. **Aldjabar & Ilmu Ukur Analisis IV**, Penerbit Widjaya Djakarta, 1968.
- Sartono Wirodikromo, **Berbasis Kompetensi**, Penerbit Erlangga, 2004.
- Sartono Wirodikromo, **Pelatihan Guru Adaptif SMK Matematika**, Persiapan **Materi Ebtanas Matematika (1)**, Depdikbud, Dirjendikdasmen, Pusat Pengembangan Penataan Guru Teknologi, Bandung.